

2.14. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия, вероятность и статистика

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает следующие ключевые задачи:

- «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;
- «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;
- «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Выделяются три направления требований к результатам математического образования:

- 1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
- 2) математика для использования в профессии;
- 3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Эти направления реализуются в двух блоках требований к результатам математического образования.

На базовом уровне:

– Выпускник **научится** в 10–11-м классах: для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

– Выпускник **получит возможность научиться** в 10–11-м классах: для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

На углубленном уровне:

– Выпускник **научится** в 10–11-м классах: для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики.

– Выпускник **получит возможность научиться** в 10–11-м классах: для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук.

Цели освоения программы базового уровня – обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни и возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики. Внутри этого уровня выделяются дверазличные программы: *компенсирующая базовая* и *основная базовая*.

Компенсирующая базовая программа содержит расширенный блок повторения и предназначена для тех, кто по различным причинам после окончания основной школы не имеет

достаточной подготовки для успешного освоения разделов алгебры и начал математического анализа, геометрии, статистики и теории вероятностей по программе средней (полной) общеобразовательной школы.

Программа по математике на базовом уровне предназначена для обучающихся средней школы, не испытывавших серьезных затруднений на предыдущего уровня обучения.

Обучающиеся, осуществляющие обучение на базовом уровне, осваивают общие математические умения, необходимые для жизни в современном обществе; вместе с тем они получают возможность изучить предмет глубже, с тем чтобы в дальнейшем при необходимости изучать математику для профессионального применения.

При изучении математики на углубленном уровне предъявляются требования, соответствующие направлению «математика для профессиональной деятельности»; выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст фундамент для дальнейшего серьезного изучения математики в вузе.

При изучении математики большое внимание уделяется развитию коммуникативных умений (формулировать, аргументировать и критиковать), формированию основ логического мышления в части проверки истинности и ложности утверждений, построения примеров и контрпримеров, цепочек утверждений, формулировки отрицаний, а также необходимых и достаточных условий. В зависимости от уровня программы больше или меньше внимания уделяется умению работать по алгоритму, методам поиска алгоритма и определению границ применимости алгоритмов.

Базовый уровень

Компенсирующая базовая программа Алгебра и начала математического анализа

Натуральные числа, запись, разрядные слагаемые, арифметические действия. Числа и десятичная система счисления. Натуральные числа, делимость, признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10. Разложение числа на множители. Остатки. Решение арифметических задач практического содержания.

Целые числа. Модуль числа и его свойства.

Части и доли. Дроби и действия с дробями. Округление, приближение. Решение практических задач на прикидку и оценку.

Проценты. Решение задач практического содержания на части и проценты. Степень с натуральным и целым показателем. Свойства степеней. Стандартный вид числа.

Алгебраические выражения. Значение алгебраического выражения.

Квадратный корень. Изображение числа на числовой прямой. Приближенное значение иррациональных чисел.

Понятие многочлена. Разложение многочлена на множители, Уравнение, корень уравнения. Линейные, квадратные уравнения и системы линейных уравнений.

Решение простейших задач на движение, совместную работу, проценты. Числовые неравенства и их свойства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Числовые промежутки. Объединение и пересечение промежутков.

Зависимость величин, функция, аргумент и значение, основные свойства функций. График функции. Линейная функция. Ее график. Угловой коэффициент прямой.

Квадратичная функция. График и свойства квадратичной функции. график

функции $y = \sqrt{x}$ График функции $y = \frac{k}{x}$.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность (возрастание или убывание) на числовом промежутке. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период.

Градусная мера угла. Тригонометрическая окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество. Значения тригонометрических функций для углов 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° .

Решение простейших тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности.

Понятие степени с действительным показателем. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее график.

Логарифм числа, основные свойства логарифма. Десятичный логарифм. Простейшие логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее график.

Понятие степенной функции и ее график. Простейшие иррациональные уравнения.

Касательная к графику функции. Понятие производной функции в точке как тангенс угла наклона касательной. Геометрический и физический смысл производной. *Производные многочленов.*

Точки экстремума (максимума и минимума). *Исследование элементарных функций на точки экстремума с помощью производной. Наглядная интерпретация.*

Понятие первообразной функции. Физический смысл первообразной. Понятие об интеграле как площади под графиком функции.

Геометрия

Фигуры на плоскости и в пространстве. Длина и площадь. Периметры и площади фигур. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.

Треугольники. Виды треугольников: остроугольные, тупоугольные, прямоугольные. Катет против угла в 30° градусов. Внешний угол треугольника. Биссектриса, медиана и высота треугольника. Равенство треугольников. Решение задач на клетчатой бумаге.

Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник. Свойства равнобедренного треугольника.

Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции углов в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. Применение теорем синусов и косинусов.

Четырехугольники: параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция и их свойства. Средняя линия треугольника и трапеции.

Выпуклые и невыпуклые фигуры. Периметр многоугольника. Правильный многоугольник.

Углы на плоскости и в пространстве. Вертикальные и смежные углы. Сумма внутренних углов треугольника и четырехугольника.

Соотношения в квадрате и равностороннем треугольнике. Диагонали многоугольника.

Подобные треугольники в простейших случаях.

Формулы площади прямоугольника, треугольника, ромба, трапеции. Окружность и круг.

Радиус и диаметр. Длина окружности и площадь круга.

Число π . Вписанный угол, в частности угол, опирающийся на диаметр. Касательная к окружности и ее свойство.

Куб. Соотношения в кубе. Тетраэдр, правильный тетраэдр.

Правильная пирамида и призма. Прямая призма.

Изображение некоторых многогранников на плоскости.

Прямоугольный параллелепипед. *Теорема Пифагора в пространстве.*

Задачи на вычисление расстояний в пространстве с помощью теоремы Пифагора.

Развертка прямоугольного параллелепипеда.

Конус, цилиндр, шар и сфера.

Проекции фигур на плоскость. Изображение цилиндра, конуса и сферы на плоскости.

Понятие об объемах тел. Использование для решения задач на нахождение геометрических величин формул объема призмы, цилиндра, пирамиды, конуса, шара.

Понятие о подобии на плоскости и в пространстве. Отношение площадей и объемов подобных фигур.

Вероятность и статистика. Логика и комбинаторика

Логика. Верные и неверные утверждения. Следствие. *Контрпример. Множество.* Перебор вариантов.

Таблицы. Столбчатые и круговые диаграммы.

Числовые наборы. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения. *Примеры изменчивых величин.*

Частота и вероятность события. Случайный выбор. Вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.

Независимые события. Формула сложения вероятностей.

Примеры случайных величин. Равномерное распределение. Примеры нормального распределения в природе. Понятие о законе больших чисел.

Основная базовая программа Алгебра и начала анализа

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.

Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.

Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.

Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$.

Графическое решение уравнений неравенств.

Тригонометрическая окружность, *радианная мера угла.* Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов 0° , 30° , 45° , 60° ,

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции. Четность и нечетность функций. *Сложные функции.*

$y = \cos x$, $y = \sin x$ $y = \operatorname{tg} x$ $y = \operatorname{ctg} x$.

Свойства и графики тригонометрических функций.

Арккосинус, арксинус, арктангенс числа. *Арккотангенс числа.* Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений.

Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Решение простейших тригонометрических неравенств.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график.

Логарифм числа, свойства логарифма. Десятичный логарифм. Число e . *Натуральный логарифм.* Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Метод интервалов для решения неравенств.

Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.

Системы показательных, логарифмических неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Уравнения, системы уравнений с параметром.

Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. *Правила дифференцирования.*

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач.*

Первообразная. *Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

Геометрия

Повторение. Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Фигуры и их изображения (куб, пирамида, призма).

Основные понятия стереометрии и их свойства. Сечения куба и тетраэдра.

Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.

Расстояния между фигурами в пространстве.

Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах.

Многогранники. Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая пирамида. Элементы призмы и пирамиды.

Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.

Представление об усеченном конусе, сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развертка цилиндра и конуса.

Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой.

Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы).

Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара.

Понятие об объеме. Объем пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объем шара.

Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.

Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.

Векторы и координаты в пространстве. Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объемов.

Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве.

Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.

Вероятность и статистика. Работа с данными

Повторение. Решение задач на табличное и графическое представление данных. Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии. Решение задач на определение частоты и вероятности событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей. Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.

Дискретные случайные величины и распределения. Независимые случайные величины. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности.

Равномерное распределение.

Показательное распределение, его параметры.

Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции.

Углубленный уровень Алгебра и начала анализа

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций,

обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$. Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний*. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. *Основные логические правила*. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, *основных логических правил*.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции

чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических

функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа»

$$y = [x].$$

Тригонометрические функции
числового аргумента

$$y = \cos x,$$

$$y = \sin x,$$

$y =$

$y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число e и функция $y = e^x$.

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Уравнения, системы уравнений с параметром.

Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов. Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.
Множества на координатной плоскости.*

Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.

*Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности.
Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.
Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

*Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику
функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение*

производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла..

Методы решения функциональных уравнений и неравенств.

Геометрия

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. Решение задач с помощью векторов и координат. Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии следствия из них. Понятие об аксиоматическом методе.

Теорема Менелая для тетраэдра. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. Геометрические места точек в пространстве.

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование.

Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.

Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

Элементы сферической геометрии. Конические сечения.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы.

Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.

Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Аксиомы объема. *Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.

Площадь сферы.

Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса. Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.

Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей

независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение. *Показательное распределение, его параметры.*

Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема.*

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.

Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.

Кодирование. Двоичная запись.

Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность.

Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.